

KEFAHAMAN SIMBOL MATEMATIK DAN PENYELESAIAN MASALAH DALAM KALKULUS LANJUTAN

*Siti Asmah Mohamed¹, Rafizah Kechil² and Nurhafizah Ahmad³
*sitiasmah109@uitm.edu.my¹, rafizah025@uitm.edu.my², nurha9129@uitm.edu.my³

^{1,2,3}Jabatan Sains Komputer & Matematik (JSKM),
Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang, Malaysia

*Siti Asmah Mohamed

ABSTRAK

Kalkulus lanjutan merupakan kursus asas dalam program Kejuruteraan di peringkat ijazah sarjana muda yang menuntut pelajar menguasai kemahiran prosedural dan kefahaman konseptual. Simbol matematik seperti kamiran berganda ($\iint$), kamiran tertutup ($\oint$), notasi vektor ($\vec{\cdot}$), parameterisasi dan siri tak terhingga (Σ) berfungsi sebagai bahasa formal dalam menggambarkan konsep kompleks. Walau bagaimanapun, ramai pelajar cenderung melihat simbol sebagai arahan mekanikal tanpa memahami makna sebenar, sekali gus menjejaskan prestasi dalam penyelesaian masalah berbentuk konseptual dan aplikasi dunia sebenar. Kajian ini melibatkan 40 orang pelajar ijazah sarjana muda Kejuruteraan di UiTM Cawangan Pulau Pinang. Reka bentuk kajian berbentuk kuantitatif dengan pendekatan korelasi, menggunakan dua instrumen iaitu ujian literasi simbol kalkulus lanjutan dan ujian penyelesaian masalah berasaskan prosedural, konseptual serta aplikasi. Analisis deskriptif dan korelasi Pearson menunjukkan tahap kefahaman simbol pelajar berada pada tahap sederhana. Prestasi pelajar dalam menyelesaikan soalan berbentuk penyelesaian masalah berprosedur lebih baik berbanding soalan berbentuk aplikasi. Kajian ini membuktikan adanya hubungan signifikan antara kefahaman simbol matematik dan keupayaan penyelesaian masalah, sekali gus menegaskan kepentingan literasi simbol dalam pengajaran kalkulus lanjutan.

Katakunci: Simbol, kefahaman, Kalkulus lanjutan, simbol matematik

Pengenalan

Kalkulus lanjutan merupakan kursus teras dalam pengajian kejuruteraan yang menuntut penguasaan bukan sahaja dari aspek prosedural, tetapi juga kefahaman mendalam terhadap simbol dan notasi matematik. Simbol seperti $\int$ (kamiran), $\lim$ (had) dan pelbagai notasi pembezaan berperanan sebagai bahasa formal dalam menghubungkan konsep abstrak dengan aplikasi dunia sebenar. Namun, kajian menunjukkan ramai pelajar masih berdepan kesukaran dalam mentafsir makna simbol secara konseptual, sekali gus menjejaskan keupayaan mereka menyelesaikan masalah yang lebih kompleks (Tall, 2013; Kidron, 2018a).

Dalam konteks pendidikan tinggi di Malaysia, khususnya di UiTM Cawangan Pulau Pinang, ramai pelajar kejuruteraan hanya menguasai formula dan prosedur pengiraan tanpa memahami makna simbol yang lebih mendalam. Contohnya, simbol kamiran sering dianggap sekadar proses pengiraan, sedangkan secara konseptual ia mewakili jumlah terkumpul. Kelemahan ini menyebabkan pelajar bergantung pada hafalan semata-mata dan gagal menguasai konsep dengan menyeluruh.

Beberapa sarjana menegaskan bahawa kefahaman simbol merupakan asas penting dalam pemikiran matematik kerana simbol berfungsi sebagai jambatan antara bahasa formal dengan aplikasi

(Arcavi, 1994; Pierce & Stacey, 2010). Salah tafsir simbol telah dikenalpasti sebagai punca utama kesilapan pelajar dalam kalkulus, bukannya kelemahan pengiraan semata-mata (Trigueros & Oktaç, 2009; Park, 2019). Hal ini menunjukkan bahawa tahap kefahaman simbol boleh memberi kesan langsung kepada prestasi penyelesaian masalah pelajar.

Berdasarkan isu tersebut, kajian ini dijalankan untuk meneliti hubungan antara kefahaman simbol matematik dengan keupayaan penyelesaian masalah kalkulus lanjutan dalam kalangan pelajar kejuruteraan di UiTM Cawangan Pulau Pinang. Kajian ini diharap dapat memberikan bukti empirikal mengenai peranan simbol matematik dalam meningkatkan kompetensi pelajar, sekali gus menyumbang kepada literatur pendidikan matematik yang menekankan kepentingan literasi simbol dalam pengajaran dan pembelajaran.

Kajian Literatur

Dalam pendidikan matematik, simbol memainkan peranan sebagai medium utama komunikasi antara konsep abstrak dan penyelesaian praktikal. Bagi pelajar kejuruteraan, kalkulus lanjutan merupakan kursus yang bukan sahaja menguji keupayaan pengiraan tetapi juga menuntut kefahaman terhadap simbol dan notasi matematik yang kompleks. Contohnya, simbol kamiran $\int$ tidak sekadar menandakan proses pengiraan luas di bawah lengkung, sebaliknya membawa makna konseptual tentang pengumpulan nilai yang berterusan. Begitu juga notasi had $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, yang sering disalah tafsir oleh pelajar sebagai sekadar penggantian nombor, sedangkan ia merujuk kepada idea nilai menghampiri (limit process).

Pelbagai laporan pengajaran mendapati bahawa kegagalan pelajar memahami makna simbol ini sering menghalang keupayaan mereka untuk menyelesaikan masalah bukan rutin yang memerlukan penaakulan konseptual. Menurut Tall (2013), salah satu cabaran utama dalam pembelajaran kalkulus adalah peralihan daripada pemahaman aritmetik kepada pemikiran formal yang memerlukan penguasaan simbol. Tanpa pemahaman ini, pelajar cenderung untuk bergantung kepada prosedur mekanikal semata-mata.

Di Malaysia, pensyarah universiti melaporkan fenomena yang sama. Walaupun pelajar mampu menggunakan formula kalkulus dalam latihan rutin, mereka menghadapi kesukaran apabila soalan berbentuk aplikasi sebenar atau apabila simbol dipersembahkan dalam bentuk berbeza daripada contoh yang biasa. Keadaan ini membuktikan bahawa kefahaman simbolik masih merupakan isu kritikal yang perlu ditangani dalam pengajaran kalkulus.

Kajian-kajian lepas telah memberikan penekanan terhadap beberapa aspek berkaitan kefahaman simbol matematik dan hubungannya dengan penyelesaian masalah. Arcavi (1994) memperkenalkan konsep *symbol sense* iaitu keupayaan pelajar untuk mentafsir, menghubungkan dan memanipulasi simbol secara fleksibel. Pelajar yang memiliki *symbol sense* dilaporkan lebih berjaya

dalam menyelesaikan masalah matematik berbanding mereka yang hanya bergantung pada hafalan prosedur.

Selain itu, Pierce dan Stacey (2010) menekankan bahawa salah faham terhadap simbol algebra adalah punca utama kepada kesulitan dalam kalkulus, kerana kalkulus dibina atas asas pemahaman fungsi dan notasi simbolik. Kajian mereka menunjukkan bahawa pelajar sering melihat simbol sebagai “huruf” yang statik, tanpa mengaitkannya dengan makna dinamik.

Kajian oleh Kidron (2018b) pula mendapati bahawa pelajar universiti menghadapi cabaran dalam memahami simbol pembezaan dan kamiran. Mereka sering menganggap notasi seperti dy/dx sebagai formula operasi semata-mata, sedangkan simbol tersebut mewakili hubungan konsep antara pemboleh ubah. Hal ini mengakibatkan kesilapan dalam penyelesaian masalah yang lebih kompleks, terutamanya dalam aplikasi kejuruteraan.

Tambahan pula, Trigueros dan Oktaç (2009) meneliti konsep fungsi dalam kalkulus dan mendapati bahawa kelemahan pelajar dalam memahami fungsi sebagai objek matematik berkait rapat dengan kesukaran mereka mentafsir simbol. Ini menunjukkan bahawa kefahaman simbol bukan sahaja isu teknikal, tetapi juga isu epistemologi yang berkait dengan cara pelajar membina makna dalam matematik. Berdasarkan kajian-kajian ini, jelas bahawa isu kefahaman simbol matematik bukanlah fenomena terpencil, sebaliknya merupakan cabaran global yang turut memberi kesan besar kepada pelajar di Malaysia.

Permasalahan dan Objektif

Walaupun kalkulus lanjutan merupakan komponen penting dalam pendidikan kejuruteraan, tahap penguasaan pelajar terhadap subjek ini masih rendah, khususnya apabila melibatkan soalan yang menuntut kefahaman mendalam terhadap simbol matematik. Pelbagai kajian mendapati bahawa pelajar boleh menghafal rumus serta melakukan manipulasi prosedur, tetapi gagal apabila simbol digunakan dalam konteks yang berbeza atau lebih abstrak (Arcavi, 1994; Kidron, 2018). Situasi ini jelas kelihatan dalam kalangan pelajar ijazah sarjana muda di UiTM Cawangan Pulau Pinang, yang sering bergelut dengan simbol kamiran, pembezaan, serta had (*limit*) apabila ia dikaitkan dengan masalah dunia sebenar.

Tambahan pula, kebanyakan pendekatan pengajaran masih bersifat mekanikal dan menekankan pengiraan rutin tanpa memberi penekanan kepada makna simbolik di sebaliknya (Pierce & Stacey, 2010). Keadaan ini menyebabkan pelajar tidak mengembangkan *symbol sense* yang membolehkan mereka menafsir, menghubungkan dan memanipulasi simbol secara fleksibel. Kekurangan kajian dalam konteks tempatan mengenai hubungan langsung antara kefahaman simbol matematik dan penyelesaian masalah kalkulus lanjutan menimbulkan satu jurang ilmu yang perlu diisi.

Berdasarkan permasalahan kajian yang telah dikenalpasti, kajian ini bertujuan untuk menganalisis tahap kefahaman simbol matematik dalam kalangan pelajar ijazah sarjana muda dalam bidang kejuruteraan di UiTM Cawangan Pulau Pinang serta menilai keupayaan mereka dalam menyelesaikan masalah kalkulus lanjutan berasaskan tahap kefahaman simbol yang dimiliki. Selain itu, kajian ini juga berhasrat untuk mengenal pasti hubungan antara kefahaman simbol matematik dan keupayaan penyelesaian masalah dalam kalkulus lanjutan bagi menentukan sejauh mana penguasaan simbol memberi kesan terhadap prestasi akademik pelajar. Seterusnya, kajian ini berusaha untuk mencadangkan pendekatan pedagogi yang lebih berkesan dalam meningkatkan kefahaman simbol matematik, sekali gus memperkukuhkan kemahiran penyelesaian masalah pelajar kejuruteraan.

Metodologi

Kajian ini menggunakan reka bentuk kuantitatif deskriptif-korelasi, dengan tujuan menilai tahap kefahaman simbol matematik serta menganalisis hubungan antara kefahaman tersebut dengan keupayaan penyelesaian masalah kalkulus lanjutan. Sampel kajian terdiri daripada 40 orang pelajar ijazah sarjana muda dalam bidang kejuruteraan di UiTM Cawangan Pulau Pinang yang mengambil kursus kalkulus lanjutan. Pemilihan sampel dibuat menggunakan kaedah persampelan bertujuan (*purposive sampling*), kerana kumpulan ini dianggap mewakili populasi pelajar yang terdedah kepada cabaran penggunaan simbol matematik dalam pembelajaran kalkulus.

Instrumen kajian dibangunkan dalam dua komponen utama:

1. Ujian Kefahaman Simbol Matematik – terdiri daripada soalan berbentuk aneka pilihan dan struktur ringkas yang menilai kebolehan pelajar mengenal pasti, mentafsir dan menggunakan simbol matematik.
2. Ujian Penyelesaian Masalah Kalkulus Lanjutan – terdiri daripada soalan penyelesaian masalah berbentuk subjektif yang memerlukan pelajar mengaplikasikan kefahaman simbol untuk menyelesaikan persoalan kalkulus.

Data dianalisis menggunakan kaedah statistik deskriptif seperti min, sisihan piawai dan peratusan untuk mengenal pasti tahap purata kefahaman simbol dan keupayaan penyelesaian masalah pelajar. Analisis lanjut dijalankan dengan menggunakan korelasi Pearson untuk menilai kekuatan dan arah hubungan antara kefahaman simbol matematik dan prestasi penyelesaian masalah kalkulus. Keseluruhannya, metodologi kajian ini dirangka bagi memastikan proses pengumpulan dan penganalisan data dapat memberikan gambaran yang jelas tentang hubungan antara kefahaman simbol matematik dan keupayaan penyelesaian masalah kalkulus lanjutan. Dengan reka bentuk yang sistematik dan instrumen yang komprehensif, kajian ini berpotensi menyumbang kepada penambahbaikan strategi pengajaran matematik di peringkat pengajian tinggi, khususnya dalam kalangan pelajar kejuruteraan.

Hasil dan Dapatan

Analisis awal menunjukkan tahap kefahaman simbol matematik dalam kalangan pelajar kejuruteraan adalah pada tahap sederhana. Skor min bagi ujian kefahaman simbol matematik ialah 62.5%, manakala skor min bagi ujian penyelesaian masalah kalkulus lanjutan ialah 58.7%. Hal ini memberi gambaran bahawa terdapat sebahagian pelajar yang masih keliru dengan penggunaan simbol pembezaan, kamiran, had dan notasi sigma.

Jadual 1: Tahap Kefahaman Simbol Matematik dan Penyelesaian Masalah

Tahap	Kefahaman Simbol Matematik (%)	Penyelesaian Masalah Kalkulus (%)
Tinggi ($\geq 75\%$)	10% (4 pelajar)	8% (3 pelajar)
Sederhana (50–74%)	65% (26 pelajar)	60% (24 pelajar)
Rendah ($< 50\%$)	25% (10 pelajar)	32% (13 pelajar)

Majoriti pelajar berada pada tahap sederhana dalam kedua-dua aspek, namun lebih ramai pelajar mencatatkan skor rendah dalam penyelesaian masalah berbanding kefahaman simbol.

Hasil ujian korelasi Pearson menunjukkan terdapat hubungan yang signifikan dan positif antara kefahaman simbol matematik dengan keupayaan penyelesaian masalah dalam kalkulus lanjutan, dengan nilai $r = 0.68$, $p < 0.01$. Ini bermakna semakin tinggi kefahaman simbol matematik pelajar, semakin tinggi juga keupayaan mereka menyelesaikan masalah kalkulus lanjutan. Berdasarkan interpretasi pekali korelasi oleh Cohen (1988), nilai $r = 0.68$ menunjukkan hubungan yang kuat dan positif antara kedua-dua pemboleh ubah.

Jadual 2: Keputusan Korelasi Pearson

Pemboleh Ubah	r	Sig. (p)
Kefahaman Simbol & Penyelesaian Masalah	0.68	0.001 **

Pekali Penentuan turut dijalankan dan menunjukkan bahawa kefahaman simbol menyumbang sebanyak 46% ($R^2 = 0.46$) varians dalam keupayaan penyelesaian masalah. Ini membuktikan bahawa kefahaman simbol merupakan faktor penting yang mempengaruhi keupayaan pelajar dalam menyelesaikan masalah kalkulus lanjutan.

Perbincangan

Dapatan kajian ini menunjukkan bahawa tahap kefahaman simbol matematik dan keupayaan penyelesaian masalah kalkulus lanjutan pelajar berada pada tahap sederhana. Penemuan ini sejajar

dengan kajian terkini oleh Kidron (2018) yang menegaskan bahawa simbol matematik sering menjadi sumber kekeliruan kerana pelajar gagal membezakan antara makna konseptual dan prosedural sesuatu simbol. Sebagai contoh, simbol $\int$ bukan sahaja merujuk kepada proses pengiraan tetapi juga konsep luas di bawah lengkung. Kekeliruan sebegini membuktikan bahawa kesukaran pelajar bukan semata-mata pada prosedur tetapi juga pada pemahaman konseptual.

Kajian ini turut mendapati wujud hubungan signifikan yang kuat ($r = 0.68$, $p < 0.01$) antara kefahaman simbol dan keupayaan penyelesaian masalah. Penemuan ini selari dengan konsep *symbol sense* yang dibincangkan dalam kajian semasa, iaitu keupayaan pelajar mentafsir dan menghubungkan simbol secara fleksibel bagi menyokong penyelesaian masalah matematik (Nurjannah, 2024; Alkhateeb & Anagreh, 2020). Pelajar dengan *symbol sense* yang baik lebih mudah menstruktur strategi penyelesaian dan seterusnya meningkatkan prestasi dalam kalkulus lanjutan.

Tambahan pula, analisis regresi menunjukkan kefahaman simbol menyumbang 46% varians keupayaan penyelesaian masalah, namun masih terdapat 54% faktor lain seperti kemahiran penaakulan, strategi penyelesaian dan sikap pelajar yang turut mempengaruhi pencapaian. Hasil ini seiring dengan penemuan Messias (2024) dan Rupnow (2023) yang menekankan kepentingan *concept image* dan *concept definition* dalam memahami simbol serta aplikasi matematik yang kompleks. Oleh itu, pengajaran perlu menekankan bukan sahaja prosedur tetapi juga makna konseptual melalui strategi seperti visualisasi, peta konsep dan aplikasi kontekstual.

Kesimpulan

Kajian ini meneliti hubungan antara kefahaman simbol matematik dan keupayaan penyelesaian masalah kalkulus lanjutan melibatkan 40 pelajar Ijazah Sarjana Muda Kejuruteraan di UiTM Cawangan Pulau Pinang. Hasil analisis menunjukkan tahap kefahaman simbol berada pada aras sederhana namun mempunyai hubungan signifikan yang kuat dengan keupayaan penyelesaian masalah ($r = 0.68$, $p < 0.01$). Dapatan ini mengesahkan bahawa semakin tinggi penguasaan simbol, semakin baik prestasi pelajar dalam menyelesaikan masalah kalkulus lanjutan.

Penemuan ini menegaskan bahawa kefahaman simbol matematik bukan sahaja bersifat prosedural tetapi turut melibatkan pemahaman konseptual yang mendalam, selari dengan konsep *symbol sense* (Kidron, 2018b; Alkhateeb & Anagreh, 2020). Walau bagaimanapun, analisis regresi juga menunjukkan bahawa hanya 46% varians keupayaan penyelesaian dapat dijelaskan oleh kefahaman simbol, manakala selebihnya dipengaruhi faktor lain seperti kemahiran penaakulan, sikap dan pendekatan pengajaran.

Secara keseluruhan, kajian ini menekankan bahawa pengajaran matematik perlu memberi penekanan kepada pemahaman simbol secara konseptual melalui pendekatan kontekstual, visua, dan interaktif. Kajian lanjutan disarankan untuk melibatkan sampel yang lebih luas dan menggunakan

kaedah kualitatif bagi memahami pengalaman pelajar secara lebih mendalam. Usaha ini diharap dapat meningkatkan kualiti pembelajaran kalkulus, sekali gus melahirkan graduan kejuruteraan yang lebih kompeten dan berdaya saing.

Rujukan:

- Alkhateeb, H. M., & Anagreh, A. (2020). Symbol sense and mathematical problem solving among undergraduate students. *International Journal of Instruction*, 13(2), 45–62. <https://doi.org/10.29333/iji.2020.1324a>
- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14(3), 24–35.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kidron, I. (2018a). Students' understanding of mathematical symbols and its effect on learning calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(6), 901–918. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1440321>
- Kidron, I. (2018b). Students' difficulties with mathematical symbols in advanced calculus. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*. [Sila tambah DOI jika ada]
- Messias, M. A. V. F. (2024). Concept image and concept definition schemes in students' comprehension of limit of a function. *REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 12, e24075. <https://doi.org/10.26571/reamec.v12.24075>
- Nurjannah, S. K. (2024). Symbol sense ability of students to solve mathematical problems. *KnE Social Sciences*, 9(2), 100–115. [Sila semak DOI rasmi jika tersedia]
- Park, J. (2019). Understanding students' difficulties with calculus notations and symbols. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 5(2), 180–199. <https://doi.org/10.1007/s40753-019-00089-7>
- Pierce, R., & Stacey, K. (2010). Mapping pedagogical opportunities provided by mathematics analysis software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(1), 1–20. <https://doi.org/10.1007/s10758-010-9169-0>
- Rupnow, R. L. (2023). Understanding definitions in undergraduate mathematics: Concept image and concept definition. *Frontiers in Education*, 8, 1145647. <https://doi.org/10.3389/educ.2023.1145647>
- Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139565202>
- Trigueros, M., & Oktaç, A. (2009). The role of representations in the learning of linear algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 71(2), 191–208. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9166-7>